

# UM MODELO COMPUTACIONAL PARA A PROPAGAÇÃO DE PLANTAS ANUAIS

LEONARDO RAMOS EMMENDORFER  
Universidade Federal do Paraná  
Centro Politécnico - CEP: 81.531 – 990 – Curitiba/PR - Brasil  
E-mail: leonardo.emmendorfer@gmail.com

## RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo computacional para a dinâmica populacional de plantas anuais. O modelo é baseado em autômatos celulares, com uma vizinhança de tamanho e geometria fixas. Simulações são descritas e o potencial expressivo dos modelos é explorado.

**PALAVRAS-CHAVE:** autômatos celulares; plantas anuais

## ABSTRACT

### A COMPUTATIONAL MODEL FOR THE PROPAGATION OF ANNUAL PLANTS

Abstract. This paper presents models for the population dynamics of annual plants. It is a cellular automata-based model, where a neighbourhood with fixed size and geometry is adopted. Simulations are described and the expressiveness of each model is explored.

**KEYWORDS:** cellular automata; annual plants

## 1- Introdução

As plantas anuais caracterizam-se por terem um ciclo de vida com duração de um ano. Desta forma, os indivíduos dedicam grande parte de sua energia no esforço reprodutivo, sendo que a reprodução ocorre em um período específico do ano. Neste trabalho apresentamos um modelo simples para a dinâmica populacional de plantas anuais, onde o espaço é considerado o recurso disponível a ser disputado, pelos indivíduos. O modelo segue as restrições:

(i) nos locais onde ocorrem densidades populacionais muito baixas em um certo ano, a reprodução pode ficar dificultada no ano seguinte por carência de sementes (Molofsky, 1994);

(ii) pode ocorrer que em algumas regiões do espaço não seja possível o nascimento de plantas, se no ano anterior ocorreram densidades muito altas, acima da capacidade suporte local. O solo deverá recuperar-se depois de um certo tempo, dependendo das características do próprio solo e da quantidade e tipo de nutriente exigido pela planta (Symonides et al., 1986, Tilman & Wedin 1991).

A restrição (i) pode não ser observada, em certos casos. Pode, por exemplo, acontecer que as sementes sobrevivam por vários anos, criando um banco de sementes no solo (Edelstein-Keshet, 1987; Jean, 1984). É também possível que as sementes sejam espalhadas por insetos, ou através de algum mecanismo próprio de planta, e alcancem grandes distâncias antes de atingirem o solo (Molofsky, 1994). O modelo simplificado aqui descrito não contempla nenhum destes casos. Aqui considera-se que as sementes são lançadas próximas da planta, dentro de uma certa vizinhança. Já a restrição (ii) representa a competição intra-específica por nutrientes do solo, espaço no solo, luz, etc. É importante salientar que o modelo considera a tanto a quantidade quanto o espalhamento de um modo implícito. Aqui consideramos que a quantidade de plantas em uma região de vizinhança está relacionada à probabilidade de haver reprodução. Assume-se que as sementes são lançadas

todas muito próximas do indivíduo que as lançou, ou seja, dentro do espaço que será, dentro da terminologia usual de autômatos celulares, chamado de “célula”.

Molofsky (1994) desenvolveu um modelo para a propagação de plantas anuais que, aproveitando-se desta importante característica, pôde ser desenvolvido através de uma regra bastante simples, com a diferença de que Molofsky trabalhou com um autômato unidimensional, ou seja, o espaço é representado como uma linha de células. Este trabalho estende o modelo de Molofsky, ao adotar um espaço com duas dimensões para representar o terreno onde ocorre a propagação das plantas.

## 2 – Descrição do modelo

No modelo aqui descrito, o espaço bidimensional é dividido em uma grade regular de células adjacentes. As restrições são todas expressas em função da densidade populacional na vizinhança de cada célula. Se uma certa célula apresentar uma densidade muito baixa ou uma densidade muito alta em sua vizinhança, então no ano posterior haverá poucas chances de que nasça uma planta naquela região.

Serão adotados dois parâmetros de limiar  $L1$  e  $L2$ , que vão representar os valores que seriam considerados como uma densidade “muito baixa para haver reprodução” e “muito alta para haver reprodução” respectivamente. Assim, através de uma regra determinística, será considerado que só ocorre a reprodução com sucesso em uma dada célula se na vizinhança daquela célula a densidade populacional esteja dentro do intervalo  $[L1, L2]$ , que é chamado aqui *intervalo viável*.

O estado da célula na posição  $(i,j)$  e na iteração  $t$  é representada por  $G_{i,j}(t)$ , onde  $i \in \{1,2,\dots, N\}$  e  $j \in \{1,2,\dots, N\}$  sendo  $N^2$  o número de células. Existem dois estados possíveis para uma célula:  $G_{i,j}(t) \in \{0,1\}$ . Uma célula ocupada com um indivíduo é representada por  $G_{i,j}(t) = 1$ , e uma célula vazia é representada por  $G_{i,j}(t) = 0$ . São adotadas condições de contorno periódicas (Hogeweg, 1988): a primeira e a última linhas do espaço são consideradas como sendo adjacentes, assim como para a primeira e a última colunas.

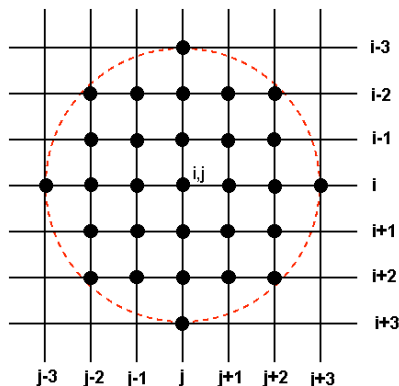
A regra de transição usada é a seguinte :

$$\begin{aligned}
 & \text{se } L_1 \leq \sum_{(x,y) \in \mathcal{N}_{i,j}} G_{x,y}(t) \leq L_2 \text{ então} \\
 & G_{i,j}(t+1) \leftarrow 1 \\
 & \text{senão} \\
 & G_{i,j}(t+1) \leftarrow 0 \\
 & \text{fim se}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde a expressão  $\sum_{(x,y) \in \mathcal{N}_{i,j}} G_{x,y}(t)$  representa a quantidade de indivíduos na vizinhança da célula  $(i,j)$  na geração  $t$ . Ou seja, para que haja um indivíduo na célula  $(i,j)$  na próxima geração, é necessário

que a quantidade de indivíduos na vizinhança de  $(i,j)$  na geração atual esteja dentro do intervalo viável definido por  $[L_1, L_2]$ .

Está sendo usada uma vizinhança que contém a própria célula e as 28 células mais próximas (Fig. 1), o que permite uma ampla variação dos parâmetros  $L_1$  e  $L_2$ . Isto origina 465 possibilidades de variação dos parâmetros, o que corresponderia a 465 espécies diferentes que podem ser representadas através do modelo básico.



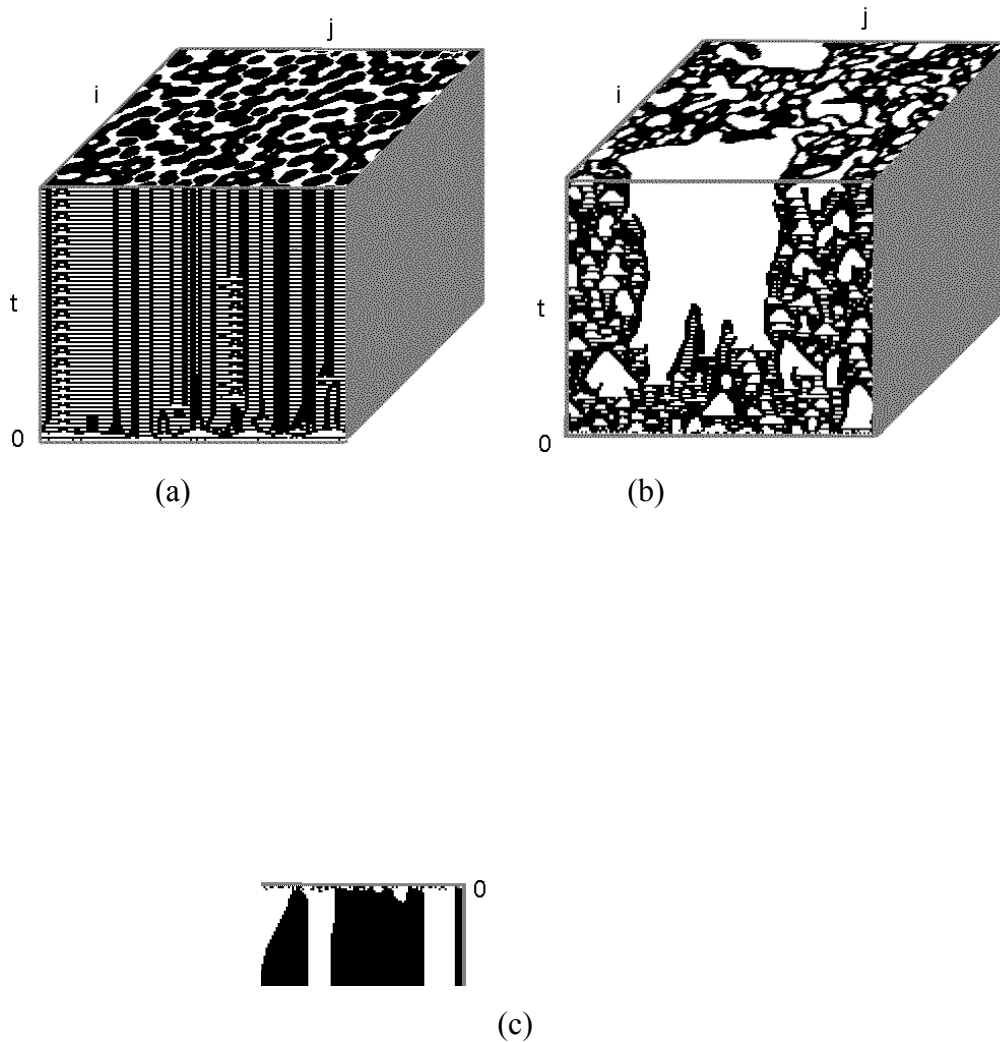
**FIGURA 1** - A vizinhança de uma célula  $(i,j)$ . Pertencem a este conjunto as 29 células cuja distância em relação a  $(i,j)$  seja menor ou igual a 3.

### 3 – Avaliação empírica do modelo

Segundo Wolfram (1986), modelos com autômatos celulares são pouco adequados para análise teórica, devido ao grande número de regras de transição que precisam ser investigadas. Em vista disso, Molofsky (1994) implementou e estudou um modelo AC para dispersão de plantas que fosse o mais simples possível. Seu modelo é unidimensional, e a vizinhança de uma célula inclui a própria célula e as duas adjacentes. Em seu modelo, o número total de espécies que podem ser simuladas é 16. No caso do nosso modelo este número cresce para 465.

Depois de realizar simulações para diferentes valores de  $L_1$  e  $L_2$  foi possível identificar que os padrões espaço-temporais que aparecem em 3 tipos: *cíclico*, *caótico* ou *equilíbrio*. Em alguns casos a população vai à extinção, ou seja, são plantas cuja estratégia de reprodução seria inviável. A fig. 2 ilustra alguns estes padrões. Cada simulação é iniciada com  $N^2$  indivíduos aleatoriamente distribuídos ao longo do espaço. Os padrões são classificados como *caóticos* quando é impossível perceber imediatamente ciclos na distribuição da população ao longo do tempo.

Os parâmetros utilizados para cada simulação foram os seguintes : para a simulação (a): população inicial de 10%;  $L_1 = 1$ ;  $L_2 = 26$ ; simulação (b): população inicial de 50% ;  $L_1 = 14$ ;  $L_2 = 27$ ; simulação (c): população inicial de 50%;  $L_1 = 15$ ;  $L_2 = 29$ . Para todas as simulações  $N=150$  e a distribuição inicial da população no espaço é aleatória. A simulação (a) caiu num padrão temporal cíclico. Já a simulação (b) é classificada como sendo do tipo caótica. A simulação (c) representa o padrão com equilíbrio, pois após algumas gerações o sistema não se modifica mais.



**FIGURA 2:** Exemplos dos padrões obtidos. Os cubos correspondem a espécies diferentes de planta, sendo que os três possíveis padrões espaço-temporais estão representados. A face inferior representa a população inicial, aleatória ( $t=0$ ). A face superior representa o espaço após algumas gerações, e a face frontal representa a evolução da última linha do espaço (ou seja, todas as células que tem  $i=150$ ) ao longo do tempo.

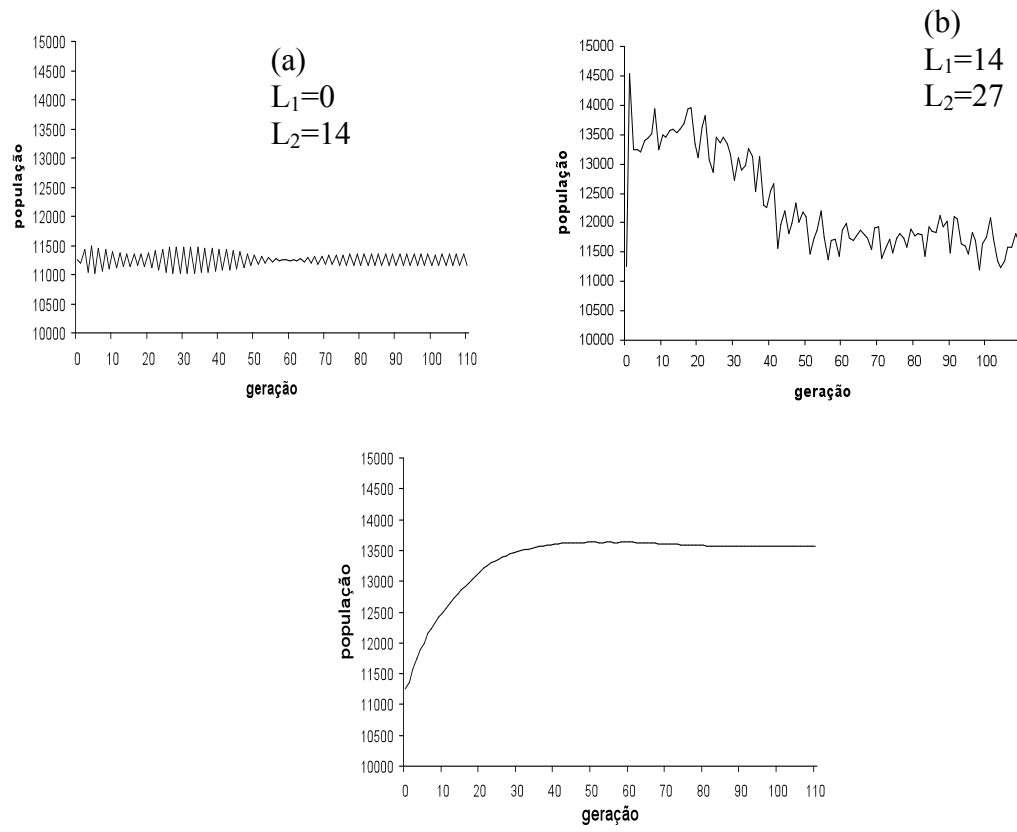


FIGURA 3 : Evolução da população ao longo do tempo para algumas espécies.

Foi também verificada a influência do valor  $N$ , que representa o número de células em cada lado do espaço quadrado. Para três espécies diferentes, foram feitas 5 simulações com valores crescentes de  $N$ . Para comparar os resultados, foi necessário calcular o valor relativo da população, ou seja, a taxa de ocupação do espaço (número total de indivíduos dividido por  $N^2$ ). Calcula-se para cada tamanho de espaço a média entre os valores da taxa de ocupação nas últimas 50 gerações (de um total de 200). A figura 4 ilustra este resultado.

Nota-se que, para os tamanho testados, apenas o padrão de equilíbrio demonstrou alguma sensibilidade ao valor de  $N$ .

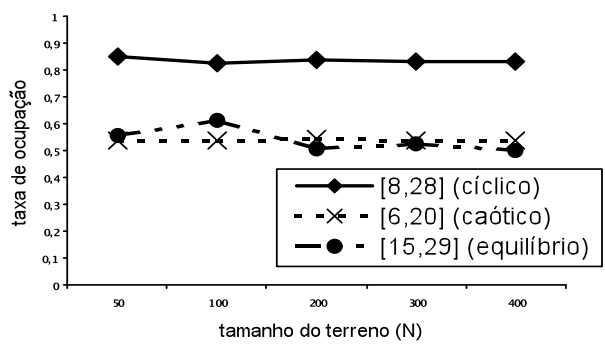


FIGURA 4: Influência de N, tamanho do terreno.

## 5 – Conclusões

Alguns modelos baseados em autômatos celulares podem ser simples demais para aplicações práticas, sem possibilidade de prever adequadamente o comportamento de populações naturais, mas a metodologia tem implicações importantes para o estudo destas populações (Molofsky, 1994) . Os modelos aqui apresentados sugerem um possível mecanismo para melhor modelar o caminho que leva das interações locais à dinâmica global observada em populações naturais.

É comum que modelos baseados em autômatos celulares, mesmo com poucos parâmetros e estados, exibam comportamentos complexos, conforme ilustrado neste trabalho. A partir de regras muito simples e determinísticas e com apenas dois estados possíveis por célula foram obtidos padrões qualitativamente muito diversos. A relação entre a dinâmica local e os padrões globais emergentes é ainda um campo de pesquisa com muitas questões em aberto, com potencial para motivar a rica colaboração e diálogo interdisciplinar, conforme este trabalho pretende ilustrar.

## REFERÊNCIAS

- CODEÇO, C.T. *Modelagem computacional de processos infecciosos*. Dinâmica de Processos infecciosos. LNCC. Petrópolis, 2000.
- EDELSTEIN-KESHET, L. *Mathematical Models in Biology*. Random House. Nova Iorque. 1987.
- ERMENTROUT, G.; EDELSTEIN-KESHET, L. *Cellular Automata Approaches to Biological Modeling*, J. theor. Biol, 97:133 – 160. 1993.
- HOGEWEG, P. *Cellular Automata as a Paradigm for Ecological Modeling*, Applied Mathematics and Computation, 27:81-100. 1988.
- JEAN, R.V. *Mathematical approach to pattern and form in plant growth*. Wiley. Nova Iorque, 1984.
- MOLOFSKY, J. Population dynamics and pattern formation in theoretical populations. *Ecology*, 75(1):30-39. 1994.
- SYMONIDES, E.; SILVERTOWN J.; V. ANDREASEN. *Population cycles caused by overcompensating density-dependence in an annual plant*. *Oecologia*, 71:156-158. 1986
- TILMAN, D.; WEDIN, *Oscillation and chaos in the dynamics of a perennial grass*. *Nature*, 353:653-655. 1991.
- WOLFRAM, S. *Theory and application of cellular automata: advanced series on complex systems*. Volume 1. World Scientific Publishing. Singapore, 1986.